UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachbereich 14 – Informatik

Prof. J. Buchmann
Stefan Neis

26. Oktober 1995

1. Übung zu
"Algebra für Informatiker"

1. Zeige, daß aus $a \mid b$ und $b \neq 0$ folgt, daß $|a| \leq |b|$ gilt.
2. Berechne mit Hilfe des euklidischen Algorithmus den ggT der zwei Zahlen
$$a = 448 \qquad \text{und} \qquad b = 658,$$
sowie die Darstellung des ggT's. Verwende zur Berechnung der Darstellung einerseits den im Skript angegebenen Algorithmus, andererseits die in der Vorlesung skizzierte rekursive Berechnungsweise.
3. Zeige für das Ergebnis (c_1, c_2) mit $c_1 a_1 + c_2 a_2 = \mathrm{ggT}(a_1, a_2)$ der rekursiven Berechnungsweise die Abschätzung aus der Vorlesung:
$$|c_1| \leq \frac{|a_2|}{2\,\mathrm{ggT}(a_1, a_2)}, \qquad |c_2| \leq \frac{|a_1|}{2\,\mathrm{ggT}(a_1, a_2)}.$$
4. Untersuche, wann die **lineare Diophantische Gleichung**
$$a \cdot x + b \cdot y \quad = \quad c$$
zu drei Zahlen $a, b, c \in \mathbb{Z}$ Lösungen $x, y \in \mathbb{Z}$ besitzt. Falls Lösungen existieren, so bestimme **alle** Lösungen.
Folgere hieraus, daß die Darstellung, die der euklidische Algorithmus für den ggT liefert, optimal ist.

Abgabe:

Donnerstag, 26. 10. 1995