UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachbereich 14 – Informatik

Prof. J. Buchmann
Stefan Neis

6. Dezember 1995

8. Übung zu
"Algebra für Informatiker"

1. Zeige, daß $\mathbb{Z}[\sqrt{a}]$ für $a \in \{-1, -2, 2, 3\}$ mit der Höhenfunktion $\Psi : z \longmapsto |z\bar{z}|$ ($\bar{z} = x - y\sqrt{a}$, falls $z = x + y\sqrt{a}$, $x, y \in \mathbb{Z}$) euklidisch ist.
2. Gib Algorithmen an, die für die Ringe aus Aufgabe 1 den ggT zweier Elemente berechnen. Wieviele Divisionen mit Rest werden jeweils benötigt, bis man den ggT erhält?
3. Bestimme alle irreduziblen Polynome vom Grad 4 in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})[X]$.
4. Sei $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$, $u \in \mathbb{Q}$ mit $u = \frac{c}{d}$, $\mathrm{ggT}(c, d) = 1$. Zeige: Ist u eine Nullstelle von $f(x)$, so gilt: c teilt a_0 und d teilt a_n.
   Bestimme mit Hilfe dieses Kriteriums alle rationalen Nullstellen der folgenden Polynome:
   (a) $f(x) = x^4 + 8x^3 + 14x^2 - 16x - 32$.
   (b) $f(x) = x^5 + 3x^3 + 4x^2 + 12$.
   (c) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - \frac{31}{8}x^2 - \frac{1}{4}x - 1$.

Abgabe:

Donnerstag, 21. 12. 1995